

L'abstraction mathématique par le corps

Sylvie Grau

DANS **CAHIERS PÉDAGOGIQUES** 2025/1 n° 597, PAGES 41 À 42

ÉDITIONS CRAP - CAHIERS PÉDAGOGIQUES

ISSN 0008-042X

DOI 10.3917/cape.597.0041

Article disponible en ligne à l'adresse

<https://shs.cairn.info/revue-cahiers-pedagogiques-2025-1-page-41?lang=fr>



Découvrir le sommaire de ce numéro, suivre la revue par email, s'abonner...
Scannez ce QR Code pour accéder à la page de ce numéro sur Cairn.info.



Distribution électronique Cairn.info pour CRAP - Cahiers pédagogiques.

Vous avez l'autorisation de reproduire cet article dans les limites des conditions d'utilisation de Cairn.info ou, le cas échéant, des conditions générales de la licence souscrite par votre établissement. Détails et conditions sur cairn.info/copyright.

Sauf dispositions légales contraires, les usages numériques à des fins pédagogiques des présentes ressources sont soumises à l'autorisation de l'Éditeur ou, le cas échéant, de l'organisme de gestion collective habilité à cet effet. Il en est ainsi notamment en France avec le CFC qui est l'organisme agréé en la matière.

L'abstraction mathématique par le corps

Sylvie Grau*

Les mathématiques sont une discipline dans laquelle les objets sont abstraits, ils n'ont pas de réalité. Si on dessine un carré, il ne s'agit que d'une représentation. Toute la question réside donc dans la manière dont nous pouvons aider nos élèves à construire ces concepts abstraits. Or, pour y répondre, le corps est un élément essentiel, trop souvent négligé ou oublié.

La manipulation est donc un élément indispensable du triptyque « manipuler, verbaliser, abstraire ».

Dans le cadre théorique de l'*abstraction in concept* (AiC), on parle de trois modes de construction de connaissances : l'intuition, l'expérience et le raisonnement formel. Souvent le raisonnement mathématique vient s'opposer à l'intuition : le passage par l'expérience est alors indispensable pour que s'effectue une réorganisation des connaissances. Prenons l'exemple du jeu de Nim : vingt allumettes sont alignées, deux joueurs s'opposent, chacun peut prendre à son tour une ou deux allumettes. Celui qui prend la vingtième a gagné.

De manière intuitive, les élèves jouent au hasard, celui qui gagne est considéré comme chanceux. Il faut différentes expériences pour amener les élèves à identifier qu'il existe peut-être une stratégie gagnante et faire des hypothèses. Le passage par des représentations peut être nécessaire avant d'arriver à l'utilisation symbolique de l'écriture mathématique de la division euclidienne pour trouver la stratégie gagnante à tous les coups.

POUR GAGNER LE JEU DE NIM

L'enseignant pour cela doit identifier les contraintes qui permettent ces réorganisations des connaissances : empêcher la manipulation pour amener à réfléchir sur les stratégies, changer le nombre d'allumettes pour valider ou invalider des hypothèses, augmenter le nombre d'allumettes pour rendre la représentation fastidieuse. Mais tout au long du processus, la manipulation reste une référence qui pourra être évoquée. La manipulation est donc un élément indispensable du triptyque « manipuler, verbaliser, abstraire », maintenant largement présenté dans les formations des professeurs des écoles.

Le risque serait par ailleurs de penser que la manipulation relève des petites classes et que la verbalisation vient ensuite, pour aller vers de plus en plus d'abstractions au cours de la scolarité. À tous les niveaux de la scolarité, les concepts mathématiques doivent être construits à partir d'une expérimentation, d'une action physique. Voici un exemple à l'université.

Quand on demande aux étudiants si un segment [AB], plus court qu'un segment [CD], contient autant de points que [CD], la réponse intuitive des

étudiants est négative, du fait justement qu'en tracant un segment plus court, il semble naturel de penser qu'« il faut moins de points ». Ce n'est qu'en passant par l'action physique de relier les points de [AB] avec ceux de [CD] que les étudiants visualisent géométriquement le concept d'homothétie, c'est-à-dire l'existence d'une mise en relation de chacun des points de [AB] avec un point de [CD]. Cette relation permet de construire l'équivalence de deux espaces infinis.

LE POUCE OU L'INDEX, POUR LE 1?

À l'inverse, dès la maternelle, la verbalisation et l'abstraction sont indispensables, même si elles prennent des formes différentes. Et, ici également, le corps joue un rôle. Il s'agit bien de désigner des concepts abstraits qui parfois passent par l'utilisation de gestes : écart entre les mains, les doigts, la mise en mouvement des mains pour montrer un ajout ou un retrait, pointage, désignation de groupements par des cercles autour de paquets d'objets, éloignement, etc.

Ce langage du corps est donc très important pour la conceptualisation, il mériterait d'être mieux pris en compte et explicité aux élèves. Par exemple, l'accueil d'enfants allophones amène les enseignants à user de gestes, sans que soient réellement réfléchies leur portée et leur réception du côté des élèves. En effet, d'une culture à l'autre, ces gestes peuvent revêtir des significations différentes, même au sein des mathématiques.

Prenons la simple désignation des nombres avec les doigts, le 1 est désigné en France par le pouce alors qu'il est montré par l'index dans les pays anglo-saxons. Par ailleurs, les gestes supposent que les interlocuteurs se regardent, ce qui n'est pas toujours le cas dans la classe. On appelle langage *déictique* une formalisation qui ne peut être comprise qu'à condition d'observer le locuteur (par exemple la phrase : « cette droite-là est parallèle à celle-ci » ne peut être comprise qu'à condition de voir les deux droites pointées successivement).

MONTRER POUR AIDER À COMPRENDRE

Il s'agit donc d'attirer le regard sur les gestes du locuteur et de les décrypter avec la classe pour montrer comment on peut les interpréter et ce qu'ils disent des connaissances en construction afin d'apporter des éléments langagiers

* Sylvie Grau est maîtresse de conférences en didactique des mathématiques, Inspé de l'académie de Nantes.

permettant de les traduire. Je pense en particulier aux concepts d'alignement, de parallélisme ou d'orthogonalité, souvent exprimés par les élèves avec leurs mains.

Certains concepts passent aussi par une découverte sensorielle qui permet un changement de point de vue sur les objets mathématiques. En géométrie, on parle d'espace *micro*, *méso* et *macro* pour désigner l'espace de la feuille, celui de l'environnement immédiat perceptible et celui de l'environnement plus lointain connu mais qu'on ne peut pas percevoir globalement.

Il est donc très différent de penser un cercle tracé sur la feuille A4 posée sur la table, un cercle tracé sur la fresque murale de la classe et celui tracé sur toute la surface de la cour de l'école. On comprend que les instruments ne sont pas les mêmes et que le contrôle du tracé ne peut pas s'exercer de la même manière, permettant de comprendre les caractéristiques de cette figure.

Par exemple, travailler l'alignement par des positions dans la cour par rapport à des poteaux ou des arbres, permet de construire ce concept qui

Certains concepts passent aussi par une découverte sensorielle.

ensuite se matérialisera par l'utilisation de la règle. Positionner son corps pour représenter des formes géométriques permet d'intégrer les propriétés : le triangle isocèle (deux « mêmes jambes »), former un angle droit avec son coude, en pliant ses jambes, se tenir droit, courber le dos, autant de mots qui prennent aussi sens en mathématiques.

Enfin, le corps est mis en scène lorsque les élèves pratiquent des mathématiques. Des analyses des interactions lors de résolutions de problèmes en groupe, montrent que la manière dont les élèves se positionnent joue sur la réception des propositions des uns et des autres. En particulier, l'organisation en classe mutuelle, qui consiste à faire travailler les élèves par groupes sur des tableaux autour de la salle de classe, montre qu'être debout, pouvoir gesticuler, écrire sur un support vertical et dans un espace habituellement réservé à l'enseignant, modifie l'engagement des élèves dans l'activité. ■

Des « corps poétiques » en langue vivante

Delphine Heller*

En cours de langue vivante, les élèves ont régulièrement la possibilité de bouger pour apprendre. C'est d'autant plus vrai quand ils sont conduits à participer à un projet théâtral où chacun tente de trouver une place dans la construction d'une représentation collective.

De quoi parle-t-on lorsqu'on évoque le corps à l'école ? Le regard, la modulation de la voix, l'incarnation du discours, le corps « parlant » comme source de sens, à donner et à recevoir. Toutes ces dimensions « externes » font partie de l'équation. Elles ne doivent pourtant pas nous faire oublier l'intérieur de ce décor, ce qui se passe en nous lorsque nous sommes en situation d'apprentissage, mélange d'appréhension et d'enthousiasme parfois... Les émotions ressenties, exprimées ou non, font partie elles aussi des données des apprentissages incarnés ou encore *encorpés*, comme le dit Sandrine Eschenauer¹.

Le cours de langue est un lieu privilégié pour apprendre « par corps ». On peut jouer avec la langue, comme avec tous les muscles de la phonation, jouer à prononcer une phrase en français avec l'accent anglais pour dédramatiser cet « effrayant accent venu d'ailleurs » comme le perçoivent certains collégiens... Car oui, notre corps agit différemment quand il parle en langue étrangère !

BOUGER POUR APPRENDRE

Il s'agit ici de prendre conscience du point d'articulation des phonèmes, de comprendre qu'une langue ne se résume pas à l'abstraction de sa grammaire. Associer le geste à la parole, notamment avec les plus jeunes, favorise la mémorisation grâce à un encodage sensoriel multiple. Ne suffit-il pas aujourd'hui de faire le geste allant de

* Delphine Heller est enseignante d'anglais à l'université Paris Est Créteil.

¹ Sandrine Eschenauer, *Faire corps avec ses langues. Théâtre et didactique : vers une définition de la translangageance*, éditions du Crini, 2014.